

Второе задание по курсу
«Пучки и когомологии в алгебраической
геометрии».
Осень 2025, 2й семестр.

*Для участия в зачете или экзамене
необходимо сдать решения не позднее
30 декабря с.г.*

При сдаче задания большая просьба указывать разборчиво свои:
Имя, Фамилию.

Данное задание является продолжением Листочка 1. Для полу-
чения зачета/экзамена необходимо сдать в срок оба листочка.

Задача 1. Пусть C — неприводимая неособая кривая над алгебра-
ически замкнутым полем. Предположим, что для всякого дивизора
 $\mathcal{D}$ неотрицательной степени на C выполнено равенство

$$\dim H^0(C, \mathcal{O}_C(\mathcal{D})) = \deg \mathcal{D} + 1.$$

Покажите, что тогда $C \simeq \mathbb{P}^1$.

Задача 2. Пусть $f: X \rightarrow S$ — плоский собственный морфизм ко-
нечного типа и пусть $\mathcal{F}$ — когерентный пучок на X , плоский над S .
Покажите, что эйлерова характеристика $\chi(X_s, \mathcal{F}_s)$ слоя морфизма
 f над точкой $s \in S$ не зависит от выбора точки s .

Попробуйте построить пример, в котором при этих условиях не
постоянны размерности индивидуальных групп когомологий $H^i(X_s, \mathcal{F}_s)$.