

Первое задание по курсу
«Пучки и когомологии в алгебраической
геометрии».
Осень 2025, 2й семестр.

*Для участия в зачете или экзамене
необходимо сдать решения не позднее
9 декабря с.г.*

При сдаче задания большая просьба указывать разборчиво свои:
Имя, Фамилию, курс, хотите ли вы сдавать зачет или экзамен.

Необходимым условием участия в зачете (экзамене) является листочек с вашими данными, сданный не позже указанной выше даты!

Задача 1. Пусть X — нётерова схема, $\mathcal{F}, \mathcal{G}$ — пучки $\mathcal{O}_X$ -модулей на ней. Показать, что если $\mathcal{F}$ когерентен, а $\mathcal{G}$ — квазикогерентен, то пучки $\mathcal{E}xt^i(\mathcal{F}, \mathcal{G})$ квазикогерентны для всякого $i \geq 0$.

Если же оба $\mathcal{F}$ и $\mathcal{G}$ когерентны, то для всех $i \geq 0$ пучки $\mathcal{E}xt^i(\mathcal{F}, \mathcal{G})$ также когерентны.

Задача 2. Пусть X — целая аффинная схема, имеющая как минимум две замкнутых точки. Пусть z — одна из них. Рассмотрим открытую подсхему $j: U \hookrightarrow X$, являющуюся дополнением к точке z . Покажите, что тогда

$$H^1(X, j_! \mathcal{O}_U) \neq 0.$$

(Напоминание: $j_!$ — морфизм продолжения пучка нулем.)