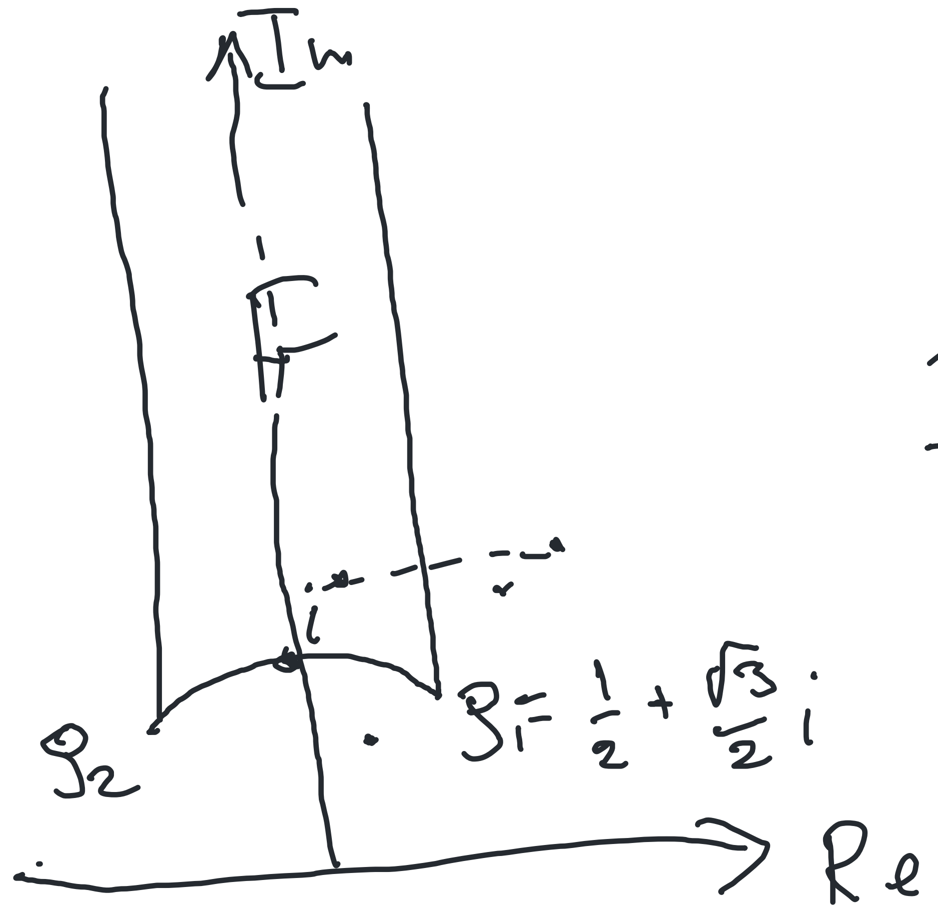
$SL_2(\mathbb{Z})$ $\mathbb{H}$

$SL_2(\mathbb{Z}) = \Gamma$




Утв. $F$ явл. фунд. областью действия $SL_2(\mathbb{Z})$ на $\mathbb{H}$.

Д-во: 1) $\forall z \in H \ \exists \gamma \in \Gamma$
$\gamma z \in F$

2) $z_1, z_2 \in Int(F)$
$\nexists \gamma : \gamma z_1 = z_2$

$z \in H$ $\quad Im\, \gamma z = Im\, z / |cz+d|^2 \quad \gamma = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ (*)

ограничено снизу

$\exists \gamma : |cz+d|$ - min

$Im\, \gamma z$ - max.

$\cancel{|\gamma z| \le 1}$ $\quad Im(S\gamma z) = Im(\gamma z)/|\gamma z|^2 > Im\, \gamma z$

$|\gamma z| > 1$

$$\boxed{S = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}$$

Пусть $z_1, z_2 \in Int\, F$ $\exists \gamma : \gamma z_1 = z_2$ $\quad Im\, z_2 \ge Im\, z_1$

$|cz_1 + d| \le 1$ $\quad z_1 \in F \Rightarrow |z_1| > 1$

$|c| \ge 2$ — это невозможно.

a) $c = 0$ $d = \pm 1$ $\quad \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = T^b$

b) $c = \pm 1$ $d = 0$ $\quad |z| = 1$ $\quad \gamma = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad z \mapsto \frac{az-1}{z}$ $\quad \boxed{\begin{matrix} a = 0 \\ z = i \end{matrix}}$

$\gamma = T^a S$

c) $c = d = \pm 1$ $\quad z_1 = \rho_1$

d) $c = -d = \pm 1$ $\quad z_2 = \rho_2$